

# Over de geldigheid van stralingswetten van Kirchhoff en Planck

Gerbrand Komen

## Samenvatting

Arthur Rörsch en Vladimir Ponec hebben me op een interessant vraagstuk gewezen, namelijk *in hoeverre je theoretisch kunt begrijpen dat de stralingswetten van Planck en Kirchhoff gelden voor de atmosfeer*. In deze notitie ga ik na wat er op grond van theorie en experimenten te zeggen is over deze vraag. Het is een verslag van wat ik in de literatuur gevonden heb. Daaruit komt naar voren dat het niet mogelijk (te moeilijk) is om een rigoureuze afleiding te geven van de geldigheid van de wetten van Planck en Kirchhoff in de troposfeer. Er zijn wel theoretische argumenten die de geldigheid enigszins plausibel maken. Die plausibiliteit wordt versterkt door een vergelijking van berekende en gemeten infrarood spectra.

## Inleiding

De vraag naar de geldigheid van de stralingswetten van Planck en Kirchhoff in de atmosfeer is een valide vraag omdat de wetten gewoonlijk worden afgeleid voor condities, die verschillen van de atmosferische omstandigheden. En hij is relevant omdat ze de basis vormen voor de Schwarzschildvergelijking waarmee stralingstransporten en atmosferische infraroodspectra berekend worden. De meeste tekstboeken hobbelen over die vraag heen. Het lijkt wel of het te moeilijk is voor theoretische fysici, terwijl atmosferische fysici te druk zijn met de toepassingen.

De stralingswetten van Kirchhoff en Planck worden meestal afgeleid voor een heel specifieke situatie, nl voor straling in een trilholtje in thermodynamisch evenwicht, waarbij fotonen en materie intens wisselwerken (de Boer, 1962). Het is, bij mijn weten, niemand gelukt om rigoureus te laten zien dat ze ook gelden voor de atmosfeer.

Natuurkunde is kennelijk niet deductief. Briljante mensen spelen een beetje met formules en dan vinden ze iets dat werkt (en dan krijgen ze de Nobelprijs). Zo werkt natuurkunde.

In de Feynman Lectures on Physics (Feynman et al, 1963) staat een 'afleiding' van de stralingswetten, maar Feynman begint met een paar filosofische opmerkingen die de moeite waard zijn:

With this chapter we begin a new subject which will occupy us for some time. It is the first part of the analysis of the properties of matter from the physical point of view, in which, recognizing that matter is made out of a great many atoms, or elementary parts, which interact electrically and obey the laws of mechanics, we try to understand why various aggregates of atoms behave the way they do.

It is obvious that this is a difficult subject, and we emphasize at the beginning that it is in fact an *extremely difficult* subject, and that we have to deal with it differently than we have dealt with the other subjects so far. In the case of mechanics and in the case of light, we were able to begin with a precise statement of some laws, like Newton's laws, or the formula for the field produced by an accelerating charge, from which a whole host of phenomena could be essentially understood, and which would produce a basis for our understanding of mechanics and of light from that time on. That

is, we may learn more later, but we do not learn different physics, we only learn better methods of mathematical analysis to deal with the situation.

We cannot use this approach effectively in studying the properties of matter. We can discuss matter only in a most elementary way; it is much too complicated a subject to analyze directly from its specific basic laws, which are none other than the laws of mechanics and electricity. But these are a bit too far away from the properties we wish to study; it takes too many steps to get from Newton's laws to the properties of matter, and these steps are, in themselves, fairly complicated. We will now start to take some of these steps, but while many of our analyses will be quite accurate, they will eventually get less and less accurate.

Over de afleiding van de Planck curve schrijft Feynman

Planck studied this curve. He first determined the answer empirically, by fitting the observed curve with a nice function that fitted very well. Thus he had an empirical formula for the average energy of a harmonic oscillator as a function of frequency. In other words, he had the right formula instead of  $kT$ , and then by fiddling around he found a simple derivation for it which involved a very peculiar assumption.

Let op dat *fiddling around*. Kennelijk is een rigoureuus reductionisme niet haalbaar, zelfs niet in de natuurkunde.

### **Plausibiliteitsargumenten**

Er zijn wel argumenten die de toepasbaarheid plausibel maken. Om te beginnen is er in de atmosfeer lokaal- of quasi-thermodynamisch-evenwicht. Dat komt omdat de vrije weglengte van de luchtmoleculen zeer klein is, van de orde van 100 nm, terwijl ze frequent botsen. In die zin is er niet zoveel verschil tussen een trilholtje en een pakketje lucht. Wel heel verschillend is de foton/materie interactie, omdat de 'vrije weglengte' van fotonen in de atmosfeer groot is. Er is toch een soort thermodynamisch evenwicht tussen de straling en de moleculen. Om dat te begrijpen moet je onderscheid maken tussen verschillende tijdschalen. De luchtmoleculen botsen ongeveer 10 miljard keer per second. Daarbij hoort een tijdschaal van  $10^{-10}$  s. Die tijdschaal is zeer kort ten opzichte van de tijd die verloopt tussen absorptie en re-emissie van een lichtkwantum. Die is namelijk van de orde van  $10^{-5}$  s. Men neemt nu aan dat de energieverdeling over de verschillende energietoestanden door de frequente botsingen toch in thermodynamisch evenwicht is met de moleculaire beweging en dat daardoor het spectrum van de uitgezonden straling vergelijkbaar is met dat wat je vindt in een situatie waarin er wel sterke licht/materiekoppeling is.

Ik geef toe dat het een vaag verhaal is. Maar misschien geeft het toch wel de kern weer. Er zijn op verschillende plaatsen toepasselijk teksten te vinden bv in Siegel & Howell (1992) op pagina 541, § 12-8.2 The Condition of Local Thermodynamic Equilibrium)

In a gas, the redistribution of absorbed energy occurs by various types of collisions between the atoms, molecules, electrons and ions that comprise the gas. Under most engineering conditions, this redistribution occurs quite rapidly, and the energy states of the gas *will* be populated in equilibrium distributions at any given locality. When this is true, the Planck spectral distribution correctly describes the emission from a blackbody.

Nou klopt dit natuurlijk niet als we naar het infrarode lijnspectrum kijken in de atmosfeer, maar ik vermoed dat je met deze argumentatie kunt begrijpen dat Kirchhoff geldig is, en dat een niet-zwarte straler minder straalt dan de Planckverdeling aangeeft, ingrediënten die nodig zijn voor het doen van stralingstransportberekeningen.

Ik vond nog twee relevante passages [Pierrehumbert, 2009, p 139]:

The preceding argument, presented in the form originally given by Kirchhoff, is the justification commonly given for Kirchhoff's Law. It is ultimately unsatisfying, as it applies equilibrium thermodynamic reasoning to a system in which the radiation field is manifestly out of equilibrium with matter . . . While Kirchhoff did the trick with mirrors, Hilbert, in essence, did the trick with axioms instead, leaving the microscopic justification of Kirchhoff's Law equally obscure. It is in fact quite difficult to provide a precise and concise statement of the circumstances in which a material will comply with Kirchhoff's Law. Violations are quite commonplace in nature.

[Siegel & Howell, 1992, voetnoot op blz 66]:

Kirchhoff's law was proved for thermodynamic equilibrium in an isothermal enclosure and hence is strictly true only when there is no net heat transfer to or from the surface. In an actual application there is usually a net heat transfer, so it is an approximation that Eq. (3-12) will still apply. The validity of this approximation is based on experimental evidence that in most applications  $\alpha$  and  $\epsilon$  are not significantly influenced by the surrounding radiation field. Another way of stating this is that the material is able to maintain itself in a local thermodynamic equilibrium in which the populations of energy states that take part in the absorption and emission processes are given to a very close approximation by their equilibrium distributions. Thus the extension of Kirchhoff's law to nonequilibrium systems is not a result of simple thermodynamic considerations. Rather it results from the physics of materials which allows them in most instances to maintain themselves in local thermodynamic equilibrium and thus have their properties not depend on the surrounding radiation field.

Ten slotte is er een vrij uitgebreide bespreking van het probleem op <http://scienceofdoom.com/2010/10/24/planck-stefan-boltzmann-kirchhoff-and-lte/>, dat tot de volgende conclusie komt:

The fundamentals of radiation are well-known and backed up by a century and a half of experiments. There is nothing controversial about Planck's law, Stefan-Boltzmann's law or Kirchhoff's law.

### **Waarnemingen**

In een ander artikel <http://scienceofdoom.com/2010/11/01/theory-and-experiment-atmospheric-radiation/> wordt dieper ingegaan op de vergelijking van de theorie met waarnemingen. De auteur doet de volgende beweringen:

- However, from experimental evidence we know that emissivity of a body is not affected by the incident radiation, or by any conditions of imbalance that occur between the body and its environment.
- From experimental evidence we know that the absorptivity of a body is not affected by the amount of incident radiation, or by any imbalance between the body and its environment.

En verderop:

- The important point is that thermodynamics considerations allow us to see that absorptivity = emissivity (both as a function of wavelength), and experimental considerations allow us to extend the results to non-equilibrium conditions.

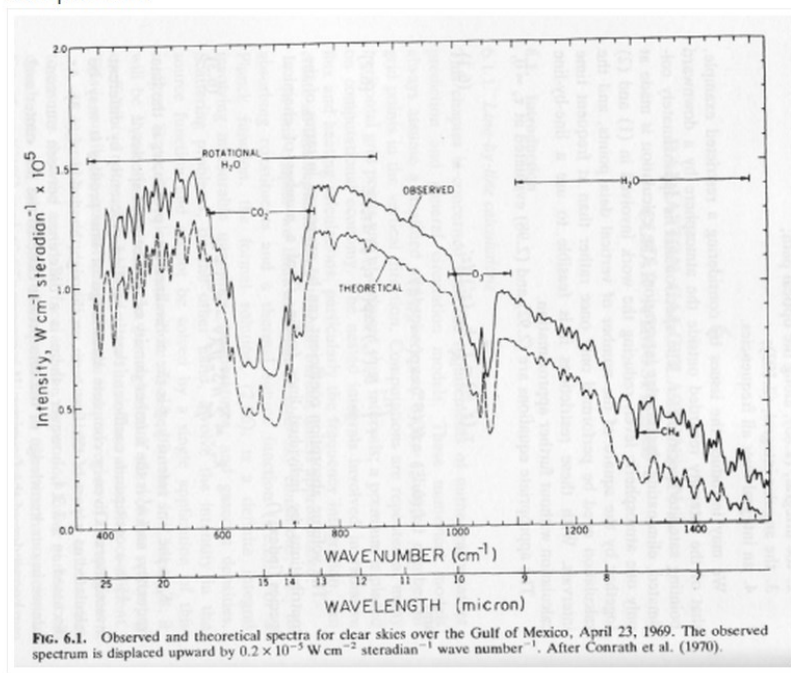
Helaas ontbreken de verwijzende onderbouwingen voor deze beweringen.

In een recent overzichtsartikel betogen Zhong en Haigh (2014) dat je, uitgaand van de stralingswetten en gemeten absorptiecoëfficiënten, realistische infraroodspectra kunt berekenen:

Spectra calculated in this way, using correct atmospheric profiles, agree closely with satellite measurements of the infrared spectrum leaving the Earth, providing verification both for the radiative transfer theory and the spectral line database.

Dus, justificatie achteraf, door goede overeenstemming van de voorspellingen met de waarnemingen. Zhong en Haigh geven geen referentie bij hun bewering, maar <http://scienceofdoom.com/2010/11/01/theory-and-experiment-atmospheric-radiation> doet dat wel, met verwijzing naar onderstaande grafiek uit Conrath et al, 1970,

Here are measured vs theoretical spectra at the top of atmosphere. Note that the spectra are displaced for easier comparison:



die inderdaad een indrukwekkende overeenkomst laat zien.

Een overzicht van meer recente vergelijkingen is gegeven door Judith Curry (<http://judithcurry.com/2010/12/05/confidence-in-radiative-transfer-models>) die concludeert:

The problem of infrared atmospheric radiative transfer (clear sky, no clouds or aerosols) is regarded as a solved problem (with minimal uncertainties), in terms of the benchmark line-by-line calculations. Deficiencies in some of the radiation codes used in certain climate models have been identified, and these should be addressed if these models are to be included in the multi-model ensemble analysis.

The greater challenges lie in modeling radiative transfer in an atmosphere with clouds and aerosols, although these challenges are greater for modeling solar radiation fluxes than for infrared fluxes.

## **Conclusie**

Het is niet mogelijk (te moeilijk) om een rigoureuze afleiding te geven van de geldigheid van de wetten van Planck en Kirchhoff in de troposfeer, maar er zijn wel theoretische argumenten die de geldigheid enigszins plausibel maken, en die plausibiliteit wordt versterkt door een vergelijking van berekende en gemeten infrarood spectra.

## **Literatuur**

- Bohren, Craig F. en Eugene E. Clothiaux, 2006. Fundamentals of atmospheric radiation.
- de Boer, J., 1962. Atomistische Warmteleer. Hoofdstuk VII in Kronig, R., Leerboek der Natuurkunde.
- Conrath et al, 1970. The Infrared Interferometer Experiment on Nimbus 3, J. Geophys. Res.: 75, 5831–5857.
- Delden, Aarnout van, 2014. Atmospheric radiation. Ch 1 en 2.
- Dorland, Rob van, 1999. Radiation and climate. From radiative transfer modelling to global temperature response.
- Feynman et al, 1963. The Feynman lectures on Physics, deel 1. Hfdst 39-41.
- Fleagle Robert G. en Joost A. Businger, 1980. An Introduction to atmospheric physics, Second Edition.
- Frigg, Roman, 2014. A Field Guide to Recent Work on the Foundations of Statistical Mechanics. Forthcoming in Dean Rickles (ed.): The Ashgate Companion to Contemporary Philosophy of Physics.
- Goody RM, 1964. Atmospheric Radiation: Theoretical Basis (1964). The 2nd edition (1989) co-authored with Y.L. Yung.
- Hartmann, Dennis, L., 1994. Global Physical Climatology.
- Liou, K.N., 2002. An introduction to atmospheric radiation.
- Pierrehumbert, R. T., 2009. Principles of Planetary Climate.
- Rybicki, George B. en Alan P. Lightman, 1979/2004. Radiative processes in astrophysics.
- Siegel, Robert en John R. Howell. 1992. Thermal radiation heat transfer. Third edition.
- Vardavas and Taylor, 2007. Radiation and Climate. Oxford University Press.
- Wallace and Hobbs, 2006. Atmospheric Science.
- Zhong, Wenyi en Joanna D. Haigh, 2014. The Greenhouse effect and carbon dioxide. Weather, 68, 100-105.

16 november 2014